

От автора

Статья «Определение в коноскопе угла оптических осей и ориентировки оптической индикатрисы кристаллов в косых сечениях» первоначально была подготовлена для публикации в «Записках РМО» и отправлена в редакцию журнала в июле 2009 г. В феврале 2010 г. редакция сообщила мне, что редколлегия журнала согласилась с отзывом рецензента и приняла решение от публикации статьи воздержаться.

В отзыве (см. ниже) рецензент указывает, что он «не смог оценить корректность всех приводимых в статье формул и теоретических выкладок» и делает два замечания:

- 1) использование случайных разрезов для построения диаграмм понижает точность определения угла оптических осей;
- 2) материал статьи изложен в неторопливом, расточительном для журнала стиле, не свойственном для периодической печати.

Отзыв

на статью В.П. Компанейцева «Определение в коноскопе угла оптических осей и ориентировки оптической индикатрисы кристаллов в косых сечениях», представленной в «Записки РМО»

Статья посвящена определению важной кристаллооптической характеристики двусосных кристаллов – угла оптических осей $2V$ и определению ориентировки индикатрисы. Известно, что угол $2V$ хорошо оценивается в разрезе, перпендикулярном острой биссектрисе, и разрезе, перпендикулярном к одной из оптических осей. Случайный препарат или шлиф минерала не всегда дает возможность найти один из упомянутых удачных для определения угла $2V$ разрезов. Однако использование Федоровского столика или метода вращающейся иглы делает успех такого поиска фактически гарантированным. Кроме того, угол оптических осей может быть вычислен, если известны три главных значения показателя преломления минерала.

В.П. Компанейцев разрабатывает теорию решения этой (определение угла $2V$) и других задач коноскопии не по частным, а по более-менее случайным разрезам (см. ссылки 1992, 2006, 2009 годов). После статьи, опубликованной в «Записках РМО» в этом, 2009 году, посвященной определению угла $2V$ в косых симметричных разрезах и занявшей пятнадцать журнальных страниц, автор предлагает в следующей, рецензируемой, статье еще большего размера развитие темы на случайные сечения.

Должен сознаться, что я не смог оценить корректность всех приводимых в статье формул и теоретических выкладок; по-видимому, для этого потребуется другой рецензент. Но что не вызывает сомнений, это то, что использование случайных разрезов понизит точность определения угла оптических осей. Кроме того, материал предлагаемой статьи излагается в неторопливом, расточительном для журнала, стиле, не свойственном периодической печати.

По всему видно, что автором накоплен значительный материал по теории коноскопии. Наверное, этот материал должен быть опубликован. Однако, в соответствии с манерой изложения, эту публикацию следует осуществить скорее в виде брошюры или через ВИНТИ.

По первому пункту я согласен с рецензентом, что определение $2V$ путем линейной интерполяции между двумя сечениями снижает точность измерений. Однако не могу согласиться с тем, что эти сечения случайные. Они проведены через определенные интервалы ω_1 , подобранные так, чтобы ошибка интерполяции находилась в допустимых пределах.

Второе замечание рецензента следует признать справедливым. Действительно, статья выглядит несколько «тяжеловесной», растянутой, можно сказать, излишне обстоятельной.

Связано это с тем, что для нового метода требовались достаточно подробное теоретическое обоснование и описание последовательности операций при практическом определении угла оптических осей.

С предложением рецензента опубликовать статью в виде брошюры я мог бы согласиться, если бы в нынешних рыночных условиях удалось бы найти издателя, готового отпечатать заведомо убыточное малотиражное издание. Если бы такой издатель нашелся, то появилась бы возможность увеличить объем статьи за счет включения в нее дополнительных диаграмм в количестве до 100 (это уже альбом), что позволило бы сократить затраты времени на определения $2V$ и повысить точность измерений.

Что нового может найти читатель в этой статье?

Основное достоинство статьи – возможность определения угла $2V$ по методу «засечек» на диаграммах, без использования компьютера. Однако надо признать, что с помощью компьютера определение $2V$ производится быстрее и точнее. Поэтому статья рассчитана на специалистов старшего поколения, многие из которых не освоили работу на компьютере.

Для остальных читателей может представить интерес теоретическая часть статьи, в которой достаточно подробно описаны теоретические основы метода «засечек» для косых сечений кристаллов.

Статья размещена на сайте в том же виде, в каком она была представлена в редакцию журнала «Записки РМО», без поправок, добавлений и изъятий.

4 июля 2012 г.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ В КОНОСКОПЕ УГЛА ОПТИЧЕСКИХ ОСЕЙ И ОРИЕНТИРОВКИ ОПТИЧЕСКОЙ ИНДИКАТРИСЫ КРИСТАЛЛОВ В КОСЫХ СЕЧЕНИЯХ

В предыдущей статье автором предложена математическая модель изогирь, на основе которой разработан новый метод определения угла оптических осей, названный методом «засечек» (Компанейцев, 2009). Он применим для косых симметричных разрезов кристаллов, перпендикулярных одной из трех плоскостей симметрии оптической индикатрисы.

В настоящей статье дается описание более совершенного метода «засечек», основанного на той же математической модели изогирь, предназначенного для определения в любых косых сечениях (симметричных и асимметричных) не только угла оптических осей, но и элементов ориентировки оптической индикатрисы.

Теоретические основы метода определения угла оптических осей в косых сечениях

Теория метода «засечек» изложена в предыдущей статье автора. Поэтому ниже ее описание дано в сокращенном виде.

Гномоническое уравнение изогирь. Первое уравнение изогирь предложил в конце XIX века А. Мишель-Леви (Michel-Levi, 1888). Математически оно соответствовало гиперболы. Позже Ф. Райт (Wright, 1907) отметил ошибки, допущенные при выводе этого уравнения, заключавшиеся в неправильной трактовке закона Френеля при определении направлений световых колебаний на плоскости. В дальнейшем, на протяжении всего XX столетия все построения изогирь для разных сечений кристаллов производились графическим способом, в основном, с использованием скиодром, предложенных Ф. Бекке (Becke, 1905). Теория скиодром была подвергнута критическому анализу У. Камбом (Kamb, 1958), который обратил внимание на неоднозначность результатов ее применения: при использовании «широтной» и «меридиональной» систем скиодром для одного и того же сечения кристалла получаются две разные, не совпадающие между собой изогирь.

Отсутствие обоснованной теории изогирь привело к пессимистической оценке возможностей коноскопического метода при исследовании кристаллов в косых сечениях, которые либо вообще не обсуждалась из-за сложности задачи, либо подвергались сомнению. Об этом свидетельствует мнение авторитетного советского петрографа Н.А. Елисеева (1956), считавшего, что случайные, неориентированные сечения двуосного минерала не имеют практической ценности, так как в них невозможно определить положение индикатрисы.

Дальнейший прогресс в совершенствовании коноскопического метода стал возможным после вывода гномонического уравнения изогирь, основанного на новом представлении об изогире как *геометрическом месте точек в задней фокальной плоскости объектива поляризационного микроскопа, в которых биссектрисы углов между направлениями световых колебаний в николях и проекциями направлений световых колебаний в кристаллической пластинке совпадают* (Компанейцев, 1992, 2006). Уравнение описывает зависимость координат точек изогирь на плоскости гномонической проекции от координат оптических осей:

$$bx^3 + ay^3 - ax^2y - bxy^2 - cx^2 - cy^2 + 2(d-2)xy + 2bx + 2ay - 2c = 0, \quad (1)$$

где x, y – прямоугольные гномонические координаты точек изогирь;

$a = a_1 + a_2$ – сумма гномонических абсцисс оптических осей A_1 и A_2 ;

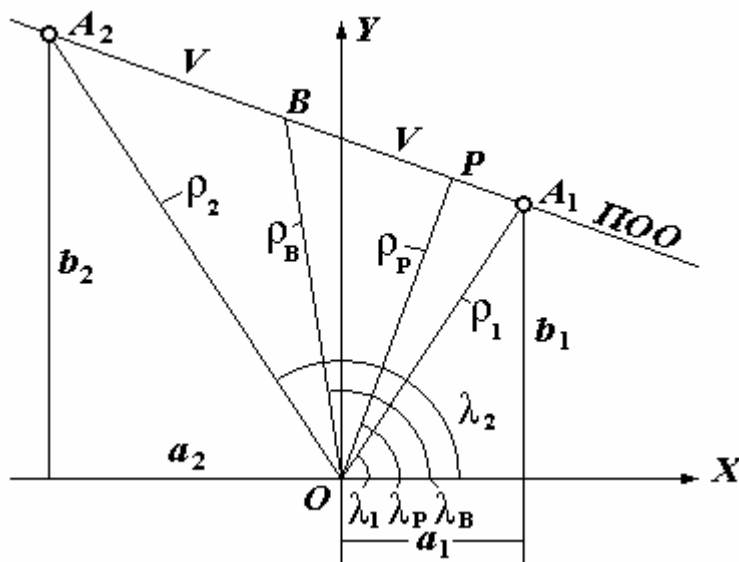
$b = b_1 + b_2$ – сумма гномонических ординат оптических осей A_1 и A_2 ;

$c = a_1 b_2 + a_2 b_1$ – сумма смешанных (перекрестных) произведений гномонических координат оптических осей;

$d = a_1 a_2 + b_1 b_2$ – сумма произведений гномонических абсцисс и ординат оптических осей.

Следует иметь в виду, что уравнение отображает изогиру как линию третьего порядка. Это так называемая «нулевая» изогира, все точки которой теоретически имеют нулевую интенсивность света. В действительности же человеческий глаз воспринимает изогиру в виде некоторой плоской геометрической фигуры, внутри которой проходит «нулевая» изогира.

Соотношение сферических и гномонических координат показано на рис. 1. Оси прямоугольных координат X и Y совпадают с нитями окулярного креста, ориентировка которых соответствует направлениям световых колебаний в николях. Полнос сферических координат совмещен с центром O прямоугольных координат. За нулевой меридиан принята положительная полуось X . Ориентация каких-либо направлений, например, оптических осей A_1 и A_2 , определяется их сферическими координатами: полярными углами ρ_1, ρ_2 и долготами λ_1 и λ_2 , отсчитанными от нулевого меридиана. Расстояние от центра координат до какой-либо точки на гномонической проекции, например, до выхода оптической оси A_1 , равно тангенсу полярного угла: $OA_1 = \operatorname{tg} \rho_1$. Пересчет сферических координат в гномонические прямоугольные координаты x и y производится по формулам: $x = \operatorname{tg} \rho \cos \lambda$; $y = \operatorname{tg} \rho \sin \lambda$.



Зная координаты оптических осей, можно графически или расчётным путём определить ориентировку оптической индикатрисы: сферические координаты плоскости оптических осей (ПОО) – ρ_p, λ_p и биссектрисы B угла оптических осей – ρ_B, λ_B .

Рис. 1. Гномонические и сферические координаты оптических осей A_1 и A_2 , плоскости оптических осей (ПОО) и биссектрисы B угла оптических осей (гномоническая проекция).

Пояснения к используемым терминам. Для более четкого определения предмета исследований ниже приведена простая и легкая в использовании классификация сечений кристаллов, основанная на ориентации оптических осей относительно поля зрения коноскопа:

- 1) *ориентированные сечения* – обе оптические оси находятся в поле зрения коноскопа;
- 2) *слабо косые сечения* – в поле зрения присутствует одна оптическая ось;
- 3) *косые сечения* – оптические оси находятся вне поля зрения.

Метод «засечек» разработан для слабо косых и косых сечений.

Угловой радиус поля зрения коноскопа (ρ_k) – полярный угол края поля зрения коноскопа, зависящий от коноскопического угла α объектива и показателя преломления кристалла. Он рассчитывается по формуле

$$\sin \rho_k = \frac{\sin \alpha / 2}{n}, \quad (2)$$

где n – средний показатель преломления кристалла, равный $(n_g + n_m + n_p) / 3$.

Радиус поля зрения коноскопа R на гномонической проекции – линейная величина, равная тангенсу углового радиуса поля зрения (рис. 3):

$$R = \operatorname{tg} \rho_k. \quad (3)$$

Ближняя оптическая ось – оптическая ось A_1 , с меньшим полярным углом, чем у другой дальней оптической оси A_2 (рис.1, 2).

Исходные позиции оптических осей. Для расчёта углов поворота столика необходимы исходные позиции – своего рода реперы, от которых производятся отсчеты.

Стандартная позиция оптических осей – одно из четырех положений погасания кристалла (в параллельном свете), при котором ближняя оптическая ось A_1 находится в 1-м квадранте. (Нумерация квадрантов показана на рис. 3). При этом возможны два варианта нахождения дальней оптической оси A_2 : выше оси X (рис. 2, а) – стандартная позиция А (СПА) или ниже (рис. 2, б) – стандартная позиция Б (СПБ). Изогира в стандартной позиции, пересекая центр O , проходит из 1-го в 3-й квадрант.

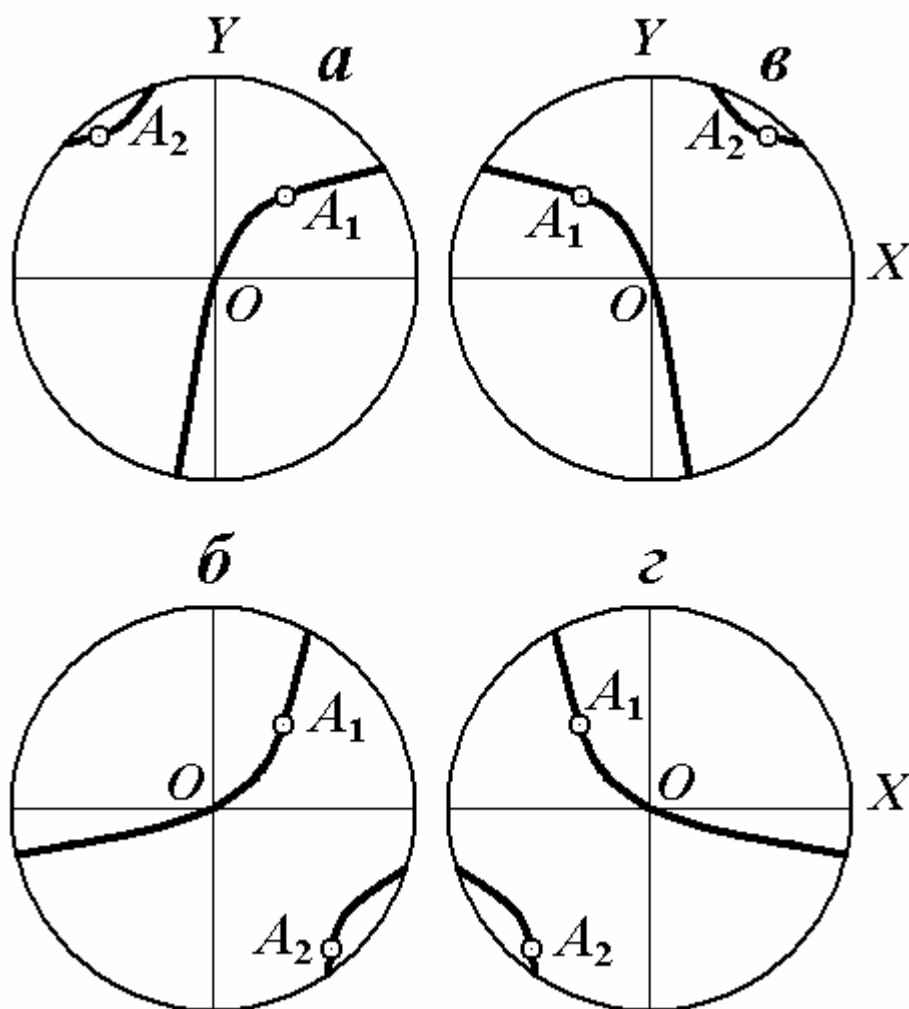
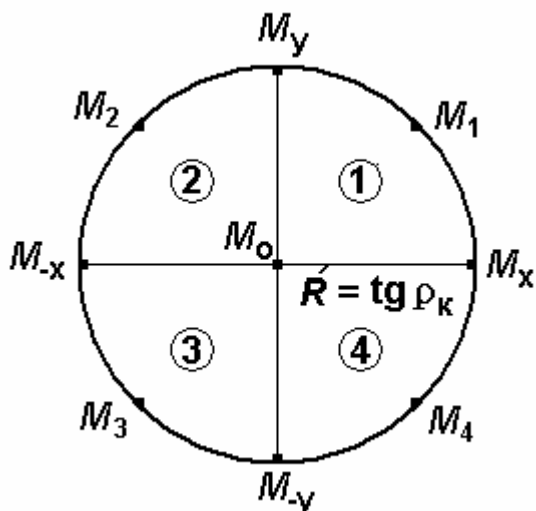


Рис. 2. Позиции оптических осей.

Зеркально-стандартная позиция представляет собой зеркальное отражение стандартной позиции относительно вертикальной нити окулярного креста. В этой позиции ближняя оптическая ось A_1 находится во 2-м квадранте, а изогира, пересекая центр O , проходит из 2-

го в 4-й квадрант. По расположению дальней оптической оси выделены зеркально-стандартная позиция А (ЗСПА, рис. 2, в) и Б (ЗСПБ, рис. 2, з).

Метки - точки в поле зрения коноскопа с известными координатами. В качестве меток используются окулярное перекрестие (M_0), точки пересечения нитей окулярного креста с краем поля зрения (M_x , M_y , M_{-x} и M_{-y}) и точки на границе поля зрения (M_1 , M_2 , M_3 , M_4), равноудаленные от нитей креста (рис. 3). В последних четырех метках нижние индексы указывают на номер квадранта, в которых они находятся. Чтобы обозначить их, нужно слегка приподнять объектив, повернуть его на 45° и опустить, так чтобы винт-фиксатор оказался в специально предназначенном для этой цели гнезде в корпусе тубуса.



Углы поворота столика, отсчитанные от стандартной позиции, необходимые для совмещения изогиры с меткой, обозначаются буквой ω с соответствующим нижним индексом, например, ω_3 для метки M_3 , ω_{-x} для метки M_{-x} .

Сферические и гномонические координаты меток M_0 , M_1 , M_x и M_{-x} приведены в таблице 1.

Рис. 3. Метки. Цифры в кружках – номера квадрантов.

Таблица 1

Метки и их характеристики

Метки	Координаты меток				Угол поворота столика	Обратное уравнение изогиры и его номер
	сферические		гномонические			
	ρ	λ	x	y		
M_0	0	0	0	0	0°	$c = 0$ (4)
M_1	ρ_k	45°	$\sqrt{2}R/2$	$\sqrt{2}R/2$	ω_1	$\sqrt{2}Ra' + \sqrt{2}Rb' - (R^2+2)c' + R^2d' - 2R^2 = 0$ (5)
M_x	ρ_k	0°	R	0	ω_x	$Rb' - c' = 0$ (6)
M_{-x}	ρ_k	180°	$-R$	0	ω_{-x}	$Rb' + c' = 0$ (7)

Обратные уравнения изогиры и их решение. Если в уравнение изогиры (1) вместо x и y подставить известные координаты точки изогиры (например, метки, после совмещения изогиры с ней), то будет получено обратное уравнение изогиры, в котором в качестве неизвестных выступают параметры уравнения a , b , c и d . Рассчитав их значения, можно определить координаты оптических осей, угол $2V$ и элементы ориентировки оптической индикатрисы.

Обратные уравнения для меток M_0 , M_1 , M_x и M_{-x} приведены в таблице 1.

Новые параметры уравнения изогиры a' , b' , c' и d' после поворота столика на угол ω , выраженные через параметры a , b , c и d в стандартной позиции, равны:

$$a' = a \cos \omega + b \sin \omega; \quad b' = b \cos \omega - a \sin \omega; \quad c' = (b_1 b_2 - a_1 a_2) \sin 2\omega; \quad d' = d. \quad (8)$$

При выводе этих выражений использовались известные из аналитической геометрии формулы изменения координат точек при повороте осей координат.

После замены $a_1 a_2 = e$, $b_1 b_2 = f$ и подстановки в уравнение (5) значений a' , b' , c' и d' , взятых из формул (8), обратное уравнение для метки M_1 имеет следующий вид:

$$k_1 a + k_2 b + k_3 e + k_4 f + k_5 = 0, \quad (9)$$

$$\text{в котором } k_1 = \sqrt{2} R (\cos \omega_1 - \sin \omega_1), k_2 = \sqrt{2} R (\sin \omega_1 + \cos \omega_1), \\ k_3 = R^2 + (R^2 + 2) \sin 2\omega_1, k_4 = R^2 - (R^2 + 2) \sin 2\omega_1, k_5 = -2R^2.$$

Аналогичная замена и подстановки приводят уравнения (6) и (7) к следующему виду:

$$\sin \omega_x Ra - \cos \omega_x Rb + \sin 2\omega_x e - \sin 2\omega_x f = 0, \quad (10)$$

$$\sin \omega_{-x} Ra - \cos \omega_{-x} Rb - \sin 2\omega_{-x} e + \sin 2\omega_{-x} f = 0. \quad (11)$$

Уравнение (4), представленное единственным параметром, показывает взаимосвязь координат оптических осей в стандартной позиции:

$$c = a_1 b_2 + a_2 b_1 = 0. \quad (12)$$

Вводим в это уравнение неизвестные переменные (параметры) a , b , e и f . Учитывая, что $a = a_1 + a_2$, находим $a_2 = a - a_1$. Подставляя значение a_2 в $e = a_1 a_2$, получим квадратное уравнение

$$a_1^2 - a a_1 + e = 0,$$

корни которого равны:

$$a_1 = \frac{a}{2} + \sqrt{\frac{a^2}{4} - e}; \quad a_2 = \frac{a}{2} - \sqrt{\frac{a^2}{4} - e}. \quad (13)$$

Аналогичным способом находим:

$$b_1 = \frac{b}{2} - \sqrt{\frac{b^2}{4} - f}; \quad b_2 = \frac{b}{2} + \sqrt{\frac{b^2}{4} - f}. \quad (14)$$

Подстановкой значений a_1 , a_2 , b_1 и b_2 в (12) получено следующее уравнение 3-й степени:

$$a^2 f + b^2 e - 4ef = 0, \quad (15)$$

содержащее те же неизвестные a , b , e и f , что и остальные обратные уравнения.

Из уравнений (9), (10), (11) и (15) составлена система, состоящая из трёх уравнений 1-ой степени и одного уравнения 3-й степени, решаемая на компьютере по специальной программе. Полученные значения a , b , e и f используются для расчёта гномонических координат оптических осей a_1 , b_1 , a_2 , b_2 по формулам (13) и (14).

Гномонические координаты пересчитываются в сферические по следующим формулам:

$$\text{полярные углы оптических осей } \operatorname{tg} \rho_1 = \sqrt{a_1^2 + b_1^2}, \operatorname{tg} \rho_2 = \sqrt{a_2^2 + b_2^2};$$

$$\text{долгота оптических осей } \operatorname{tg} \lambda_1 = b_1/a_1, \lambda_2 = 180^\circ - \lambda_1 \text{ (СПА) или } \lambda_2 = -\lambda_1 \text{ (СПБ)}.$$

Угол оптических осей определяется по формуле сферической тригонометрии как сторона $A_1 A_2$ сферического треугольника $A_1 O A_2$ с двумя известными сторонами и углом между ними (рис. 1): $\cos 2V = \cos \rho_1 \cos \rho_2 + \sin \rho_1 \sin \rho_2 \cos (\lambda_2 - \lambda_1)$.

Диаграммы для определения угла оптических осей. На основе приведённых выше уравнений и формул составлены компьютерные программы, по которым рассчитаны данные для построения 10 диаграмм $2V - \omega_x - \omega_{-x}$ (рис. 4) с одним и тем же угловым радиусом поля зрения, равном $\rho_k = 30^\circ$. С их помощью возможно по измеренным углам ω_x и ω_{-x} определять $2V$ для 10 значений ω_1 : -40° , -30° , -20° , -10° , 0° , 5° , 10° , 20° , 25° , 30° и 40° . При промежуточных значениях ω_1 угол оптических осей рассчитывается с помощью интерполяции между соседними диаграммами.

Диаграммы имеют вид прямоугольного треугольника с равными катетами. Изолинии $2V$ образуют пучок расходящихся из верхнего левого угла диаграмм линий. Вдоль гипотенузы располагаются симметричные и умеренно асимметричные сечения. Здесь местами изолинии сгущены, образуют мелкие «аномалии». Интерполяция в таких участках может давать повышенные погрешности. В таких случаях следует использовать диаграммы для косых симметричных сечений (Компанейцев, 2009).

Точками показана линия инверсии позиции оптических осей. Она разделяет диаграммы на две части: выше линии располагаются точки, характеризующие сечения в позиции оптических осей СПБ, ниже – СПА. Подходя к ней, изолинии скачкообразно меняют своё значение с острого угла $2V$ на тупой угол.

Линиями со штриховкой показана граница между косыми и слабо косыми сечениями, определяемая по равенству $\rho_1 = \rho_k$. Штриховка направлена в сторону поля, где располагаются точки слабо косых сечений с видимой в поле зрения ближней оптической осью (т. е. $\rho_1 < \rho_k$).

Рис. 4. Диаграммы $2V-\omega_x-\omega_x$ при различных углах совмещения ω_1 . Для просмотра диаграмм б, г, е, з, к рисунок повернуть нижней стороной вверх. На рис. г и д заштрихованные участки соответствуют $2V = 0-15^\circ$, светлая точка на них – $2V = 0^\circ$.

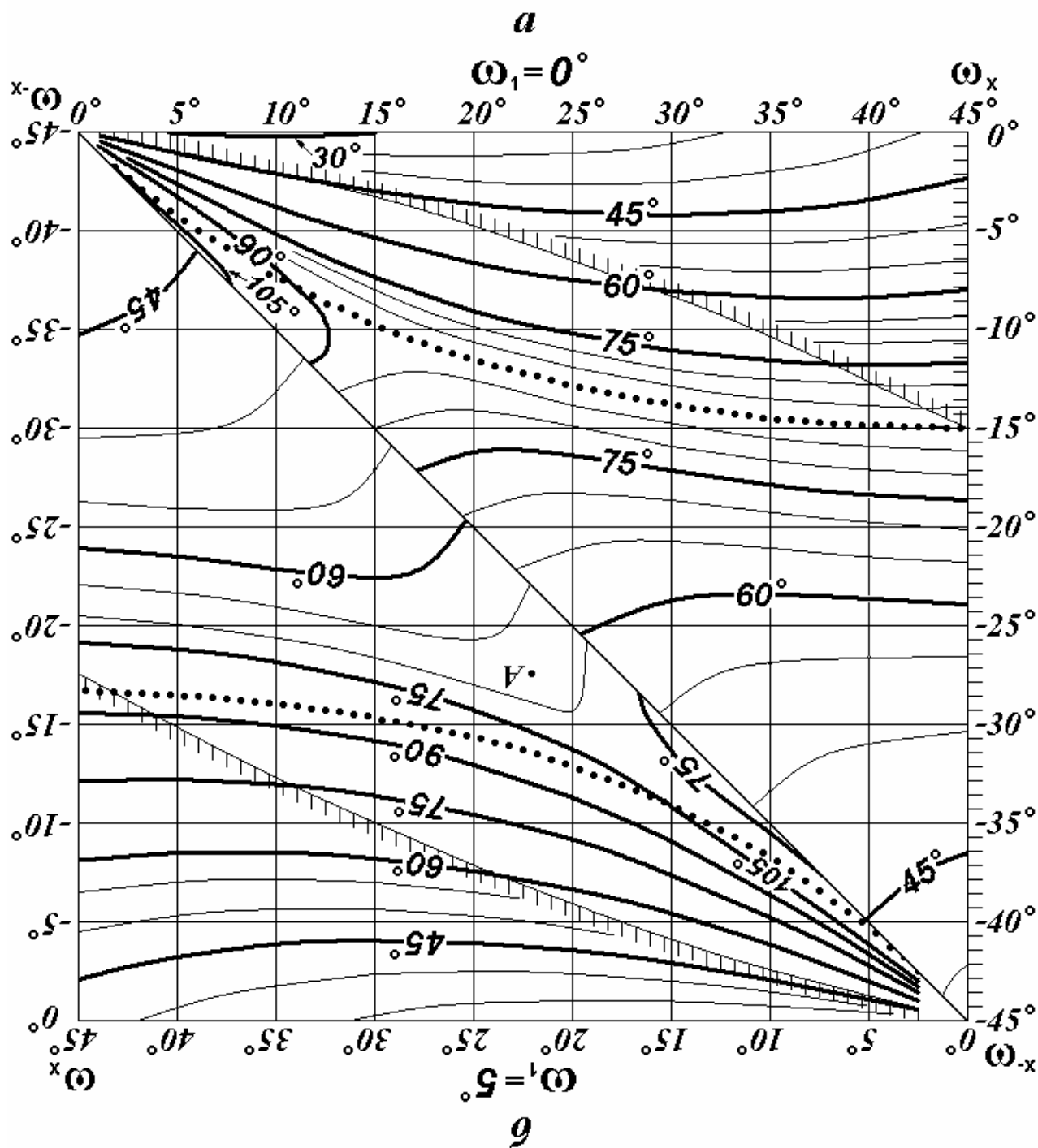


Рис. 4 а, б. $\omega_1 = 0, 10^\circ$.

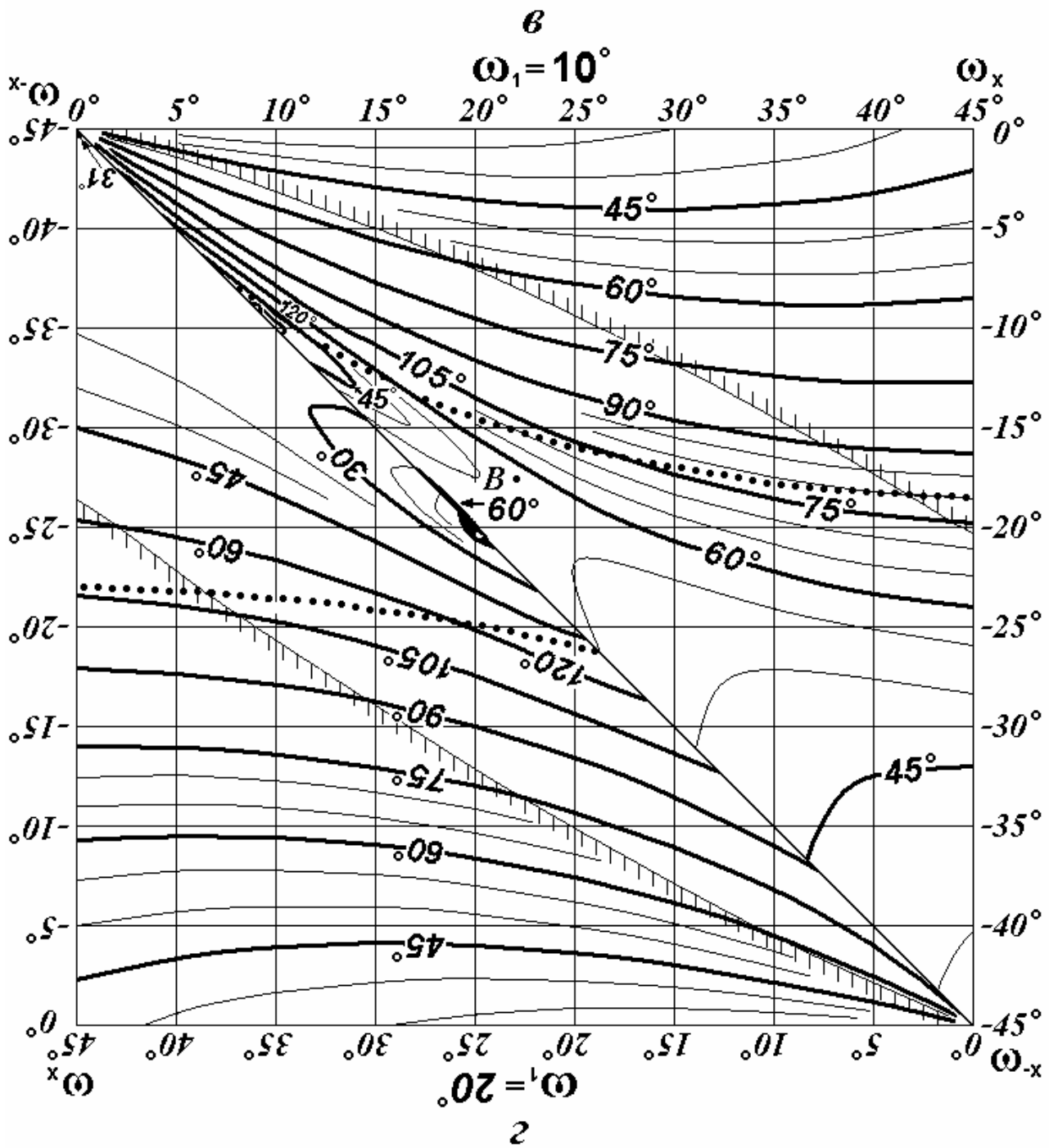


Рис. 4 в, г. $\omega_1 = 10, 20^\circ$.

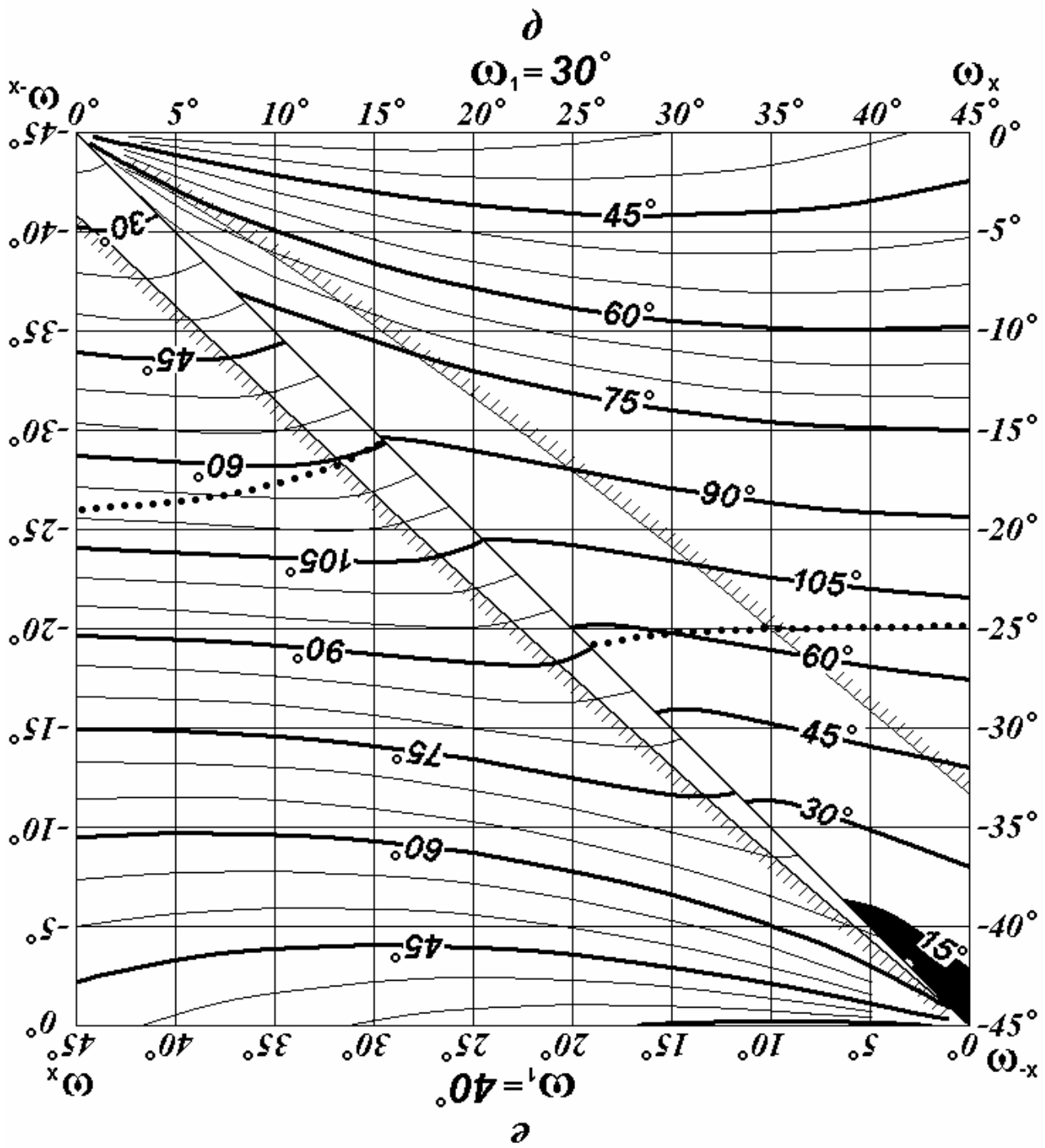


Рис. 4 д, е. $\omega_1 = 30, 40^\circ$.

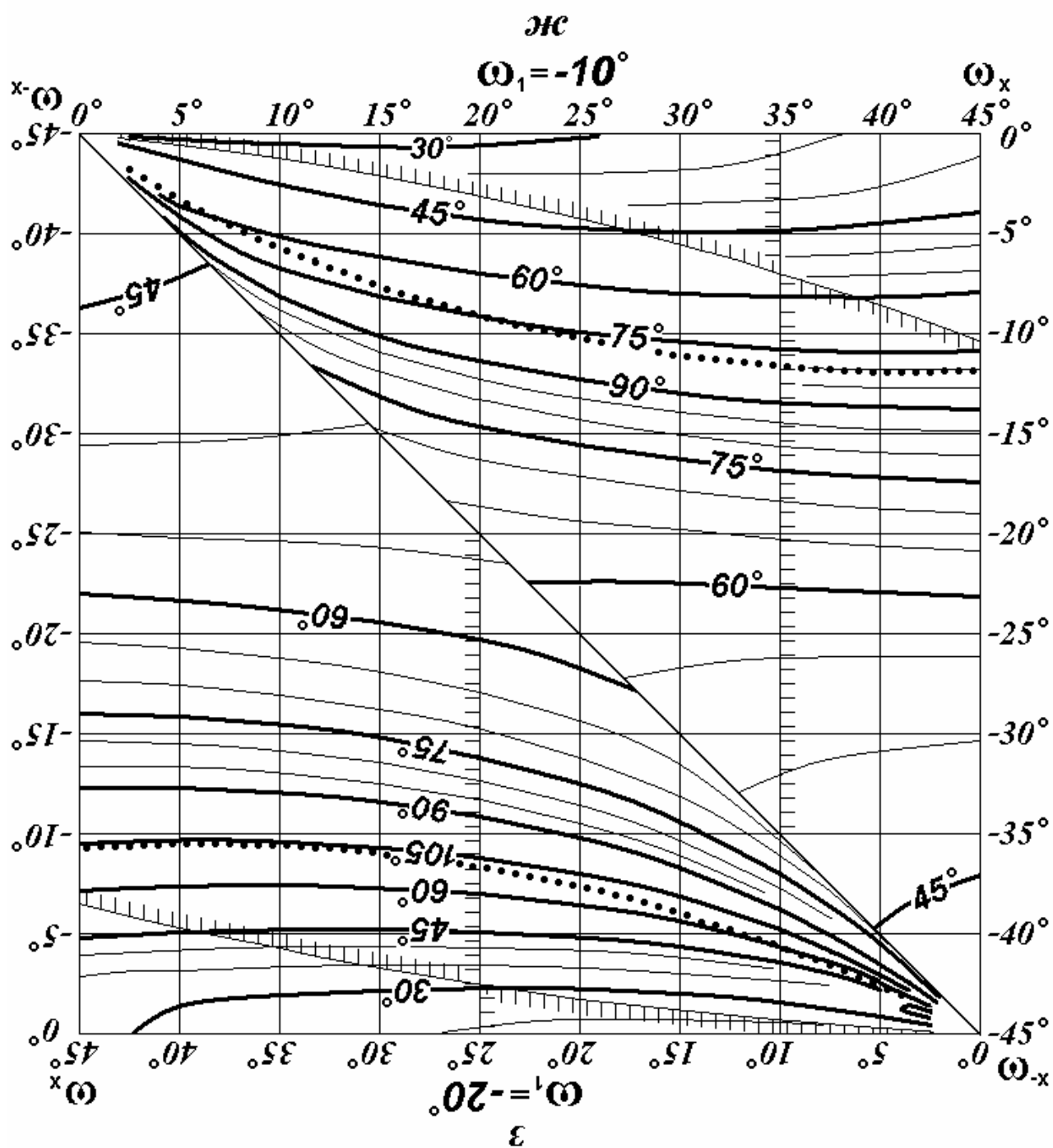


Рис. 4 ж, з. $\omega_1 = -10, -20^\circ$.

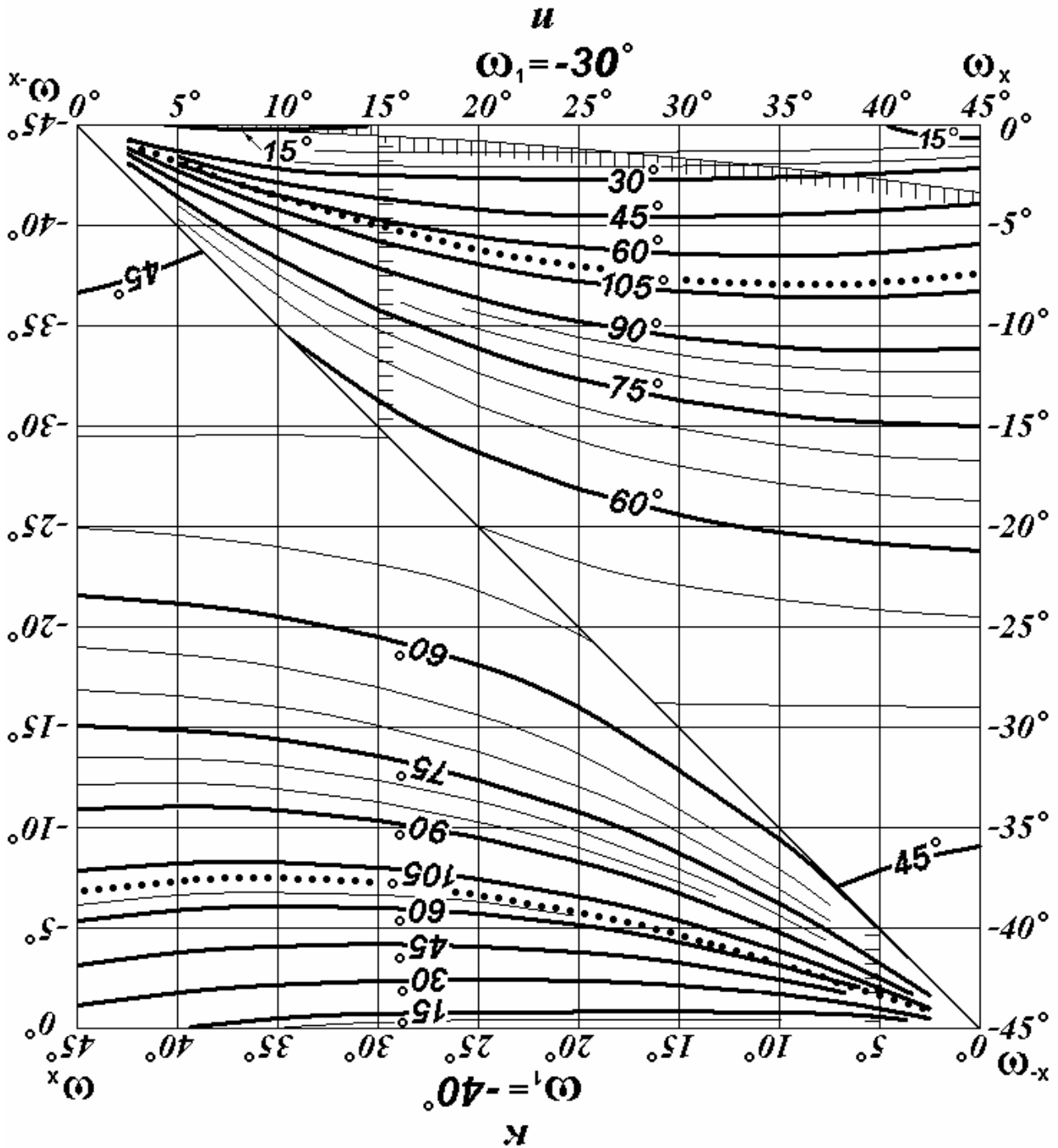


Рис. 4 и, к. $\omega_1 = -30, -40^\circ$.

Практические рекомендации

Подготовка микроскопа. Для работы с коноскопом большое значение имеет тщательная юстировка микроскопа. Опуская обычные проверки и регулировки, описание которых дано в руководствах по эксплуатации микроскопов, остановимся на двух процедурах, влияющих на точность измерений в коноскопе: центрировке коноскопа и определении коноскопического угла объектива.

Центрировку коноскопа следует производить по одноосному минералу (например, кварцу). Для этого подбирают зерно минерала с углом наклона оптической оси $35-50^\circ$. Такие

сечения отличаются малой скоростью перемещения изогиры при вращении столика. Угол поворота столика, при котором изогира проходит через все поле зрения, должен быть не менее 60° . Для определения момента максимальной темноты используют *способ точной установки на погасание*, который обеспечивает точность от $0,5^\circ$ до $1,5^\circ$, а с применением специальных приёмов – от $0,2^\circ$ до $0,5^\circ$ (Татарский, 1965). Для этого в параллельном свете из позиции «темноты» слегка вращают столик сперва в одном направлении, затем в противоположном и фиксируют начало просветления зерна, каждый раз снимая отсчёт по лимбу столика. Повторив несколько раз, рассчитывают среднее значение отсчета N_0 , устанавливая по нему столик и в сходящемся свете наблюдают изогиру, которая должна точно совпадать с нитью окулярного креста не только в центре, но и по всей её длине. При несоблюдении этого условия, вращая центрировочные винты на линзе Бертрана, совмещают изогиру с нитью. Повернув столик на 90° , проверяют, совпадает ли изогира с другой нитью окулярного креста и, при необходимости, таким же образом производят совмещение изогиры с этой нитью окулярного креста.

Определение коноскопического угла объектива. Коноскопический угол – очень важная характеристика объектива, влияющая на точность измерения $2V$. Следует иметь в виду, что угловая апертура, значение которой выгравировано на оправе объектива, может отличаться от ее действительного значения. Для объектива $60\times$ она равна $0,85$, что соответствует коноскопическому углу 116° . Проверка показывает, что действительный коноскопический угол может заметно отличаться от этой величины, особенно у объективов микроскопов старых выпусков (на 10 и более градусов меньше номинала).

Для определения коноскопического угла α нужно измерить диаметр D поля зрения коноскопа (в делениях шкалы окуляр-микрометра). Расчет α производится по формуле Малляра

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{KD}{2}.$$

где K – константа Малляра.

Более точный результат дает способ определения коноскопического угла по одноосному минералу с известным наклоном оптической оси ρ_m , замеренным на фёдоровском столике. В качестве эталонного минерала можно использовать кварц, который даёт, несмотря на невысокое двупреломление, достаточно чёткую изогиру. Зерно кварца ставят на темноту, используя *способ точной установки на погасание*, рассмотренный выше. После установки столика на среднее значение отсчёта N_0 производится измерение углов ω_x и ω_{-x} совмещения изогиры с метками M_x и M_{-x} , используя *двусторонний способ* (см. ниже). Расчёт коноскопического угла производится по формуле:

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \operatorname{tg} \rho_m \sin \frac{\omega_x - \omega_{-x}}{2}.$$

Примечательно, что в этой формуле отсутствуют константа Малляра и показатель преломления эталонного минерала – источники дополнительных погрешностей определения коноскопического угла.

Попутно с определением коноскопического угла следует произвести проверку центрировки коноскопа. Углы ω_x и $|\omega_{-x}|$ при аккуратно выполненной центрировке не должны отличаться более чем на $1-2^\circ$.

Требования к качеству шлифов. Грубая обработка шлифов при их изготовлении – основная причина низкого качества интерференционных фигур, наблюдаемых в коноскопе. Особенно она пагубна для минералов с высоким показателем преломления, криволинейные неровности на поверхности которых вызывают сильное светорассеяние, засвечивающее и понижающее контраст коноскопической картины. Поэтому необходимо контролировать соблюдение технологии изготовления шлифов, предусматривающей постепенный переход от грубых абразивных порошков к более тонким. Это касается прежде всего нижней стороны шлифа, которая, в отличие от верхней стороны, не выравнивается в процессе доводки до

нужной толщины. Можно заказать специальные шлифы с двусторонней полировкой. Они дают высококачественное изображение изогри даже для низкодвупреломляющих минералов.

Поиск сечений кристалла, пригодных для измерения угла оптических осей.

Прежде всего нужно обратить внимание на присутствие оптических осей в поле зрения. Если в поле зрения наблюдается крест, после распада которого две ветви видны при любом угле поворота столика, то это указывает на возможность измерения $2V$ по методу Малляра.

Слабо косые сечения благоприятны для измерения угла оптических осей. Они легко распознаются по постоянному нахождению в поле зрения одной ветви изогри при любом угле поворота столика. В сечениях с оптической осью вблизи края поля зрения (не более $5 - 10^\circ$ от него) возможно определение с помощью диаграмм, для остальных сечений, в которых оптическая ось приближена к центру и ω_x имеет отрицательное значение, расчет $2V$ и ориентировки оптической индикатрисы возможен на компьютере.

Среди косых сечений нужно подбирать такие, которые дают чёткую изогри, медленно проходящую через поле зрения. Малая скорость движения изогри указывает на расположение ближней оптической оси недалеко от края поля зрения. Для них характерен узкий верхний конец изогри.

Установка выбранного кристалла в исходную (стандартную или зеркально-стандартную) позицию. Из четырёх позиций погасания кристалла (в параллельном свете) выбирают ту, в которой изогри, пересекая центр поля зрения, проходит из 1-го в 3-й квадрант (рис. 2, а, б; 5, а), а её более узкий и менее подвижный конец находится в 1-м квадранте. При вращении столика по часовой стрелке изогри должна смещаться по оси X слева направо, за исключением некоторых слабо косых сечений, в которых смещение происходит в обратном направлении.

Следующий шаг – оценка пригодности стандартной позиции в качестве исходной и решение вопроса о целесообразности перехода на зеркально-стандартную позицию. Предпочтение следует отдать стандартной позиции, если изогри в центре поля зрения образует с горизонтальной нитью окулярного креста (осью X) больший угол, чем с вертикальной нитью (осью Y). Когда визуально трудно оценить соотношение этих углов, следует определить углы «пробега» по этим осям, т. е. измерить угол поворота столика, необходимый для прохождения изогри поля зрения в горизонтальном и вертикальном направлениях. Если угол «пробега» по оси X окажется меньшим, чем по оси Y , нужно сменить стандартную позицию на зеркально-стандартную. Для этого достаточно повернуть столик на 90° против часовой стрелки.

Завершающий шаг – точную установку кристалла в исходную позицию – можно выполнить двумя способами: в параллельном (см. выше *способ точной установки на погасание*) и сходящемся свете. Первый способ даёт хорошие результаты для сечений с высокой интерференционной окраской и по мере её снижения точность установки снижается. В изотропных сечениях (разрезах перпендикулярных оптической оси) этот способ вообще не применим.

Второй способ заключается в поочерёдном и неоднократном совмещении с окулярным перекрестием и снятием отсчётов по лимбу столика сначала для одного края изогри, затем для другого (*двусторонний способ*, описанный ниже). Средний отсчёт N_0 рассчитывают как среднеарифметическое значение частных отсчётов. Этот способ даёт хорошие результаты в сечениях с низкой интерференционной окраской, включая и изотропные разрезы. И, наоборот, сечения с высокой интерференционной окраской дают менее точный результат, так как в них наблюдается широкая расплывчатая изогри.

Совмещение изогри с метками. Очень хорошие результаты даёт *двусторонний способ* совмещения изогри с меткой. Он заключается в снятии отсчёта по лимбу столика в

двух положениях: при подходе изогирь к метке, когда она касается ее внешней стороной, и при уходе изогирь, когда на метке оказывается ее внутренняя сторона (рис. 5). Для дальнейших расчетов нужно взять среднее из двух отсчетов. Этот способ пригоден даже для очень широких изогирь и, что особенно важно, при его использовании происходит совмещение «нулевой» изогирь с меткой с минимальными погрешностями.

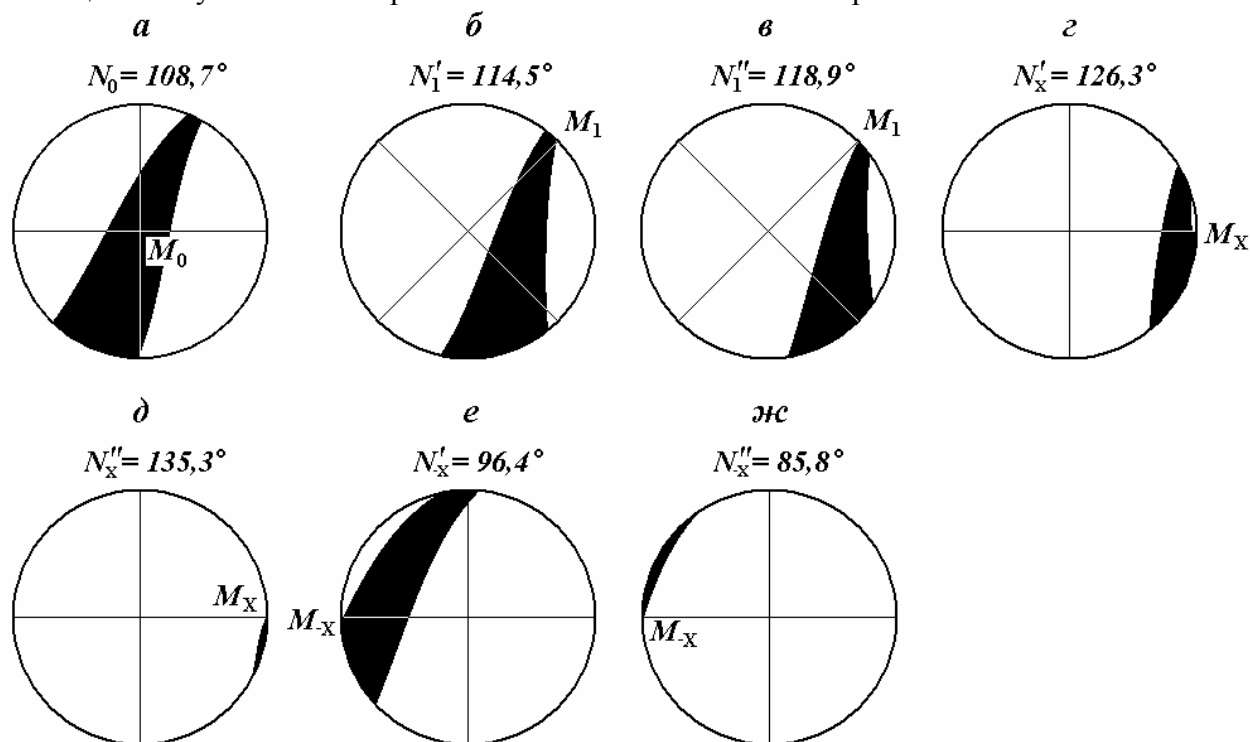


Рис. 5. Двусторонний способ определения углов совмещения изогирь с метками: *a* – исходная позиция; *б, в* – совмещение с меткой M_1 ; *г, д* – с меткой M_x ; *е, ж* – с меткой M_{-x} .

Определение углов совмещения. При полном повороте столика на 360° количество совмещений изогирь с одной с одной и той же меткой равно 2 или 4 соответственно в слабо косых и косых сечений. Может возникнуть вопрос: какое из них выбрать для определения угла оптических осей? Для расчета $2V$ на компьютере пригодно любое совмещение – все они дают правильный результат. Для построения диаграмм (рис. 4) учитывались только *ближайшие* углы совмещения, т. е. такие углы, которые требуют минимального поворота столика от исходной позиции. Разумеется, что это правило нужно соблюдать и при использовании диаграмм.

Если в качестве исходной выбрана стандартная позиция, нужно совместить изогирь с метками M_1 , M_x и M_{-x} (рис. 5), используя *двусторонний способ* (см. выше). Снятие отсчетов для всех меток производится многократно, с точностью до $0,1^\circ$ (по нониусу), до получения устойчивого среднего значения отсчетов N_1 , N_x и N_{-x} для каждой метки. Углы совмещения определяются по формулам:

$$\omega_1 = N_1 - N_0; \quad \omega_2 = N_2 - N_0; \quad \omega_x = N_x - N_0; \quad \omega_{-x} = N_{-x} - N_0, \quad (16)$$

где N_0 – среднее значение отсчета в исходной позиции.

В зеркально-стандартной позиции вместо метки M_1 используется метка M_2 . В этом случае для расчета на компьютере и при определении $2V$ с помощью диаграмм принимаются следующие входные данные: $\omega_1 = -\omega_2$, $\omega_x = -\omega_{-x}$, $\omega_{-x} = -\omega_x$.

Ввод поправок к углам $2V$. Диаграммы $2V-\omega_x-\omega_{-x}$ рассчитаны для углового радиуса поля зрения $\rho_k = 30^\circ$. Чтобы определить $2V$ при других значениях ρ_k , потребовалось бы дополнительно составить большое количество диаграмм, поместить которые в журнальной статье ограниченного объема невозможно. По этой причине вместо них используется расчёт

поправок на отклонение фактического углового радиуса от принятого при построении диаграмм. Для каждой из десяти диаграмм рассчитаны углы $2V$ при крайних значениях $\rho_k = 26^\circ$ и 34° и определена средняя величина поправки на 1° отклонения ρ_k от 30° (таблица 2).

Более точно поправку можно рассчитать, если использовать следующее уравнение регрессии:

$$\Delta 2V = K_0 + K_1\omega_x + K_2\omega_{-x} + K_32V, \quad (17)$$

где K_0 , K_1 , K_2 и K_3 – коэффициенты уравнения регрессии, значения которых приведены в таблице 2.

Поправка прибавляется, если $\rho_k > 30^\circ$, и отнимается, если $\rho_k < 30^\circ$.

Для оценки погрешностей, возможных при вводе поправок, в таблице приведены данные о величине среднеквадратического отклонения σ самих поправок.

Таблица 2

Поправки к углам $2V$, учитывающие отклонение фактического углового радиуса поля зрения от принятого при построении диаграмм - 30° (на 1° отклонения)

Диаграмма, ω_1	Позиция оптических осей	Среднее значение поправки (δ) и среднеквадратическое отклонение (σ)		Коэффициенты уравнения регрессии				Среднее абсолютное отклонение	Среднеквадратическое отклонение (σ)
		δ	σ	K_0	K_1	K_2	K_3		
0°	СПА	0,89	0,72	6,1	-0,018	0,030	-0,056	0,32	0,43
5°	СПА	0,90	0,61	4,9	-0,009	0,018	-0,054	0,23	0,29
	СПБ	0,48	0,42	9,2	0,029	0,276	-0,061	0,18	0,27
10°	СПА	0,67	0,55	1,2	-0,013	-0,042	-0,020	0,27	0,35
	СПБ	1,38	0,96	4,2	-0,066	0,008	-0,011	0,44	0,57
20°	СПА	-0,42	1,05	-2,3	0,105	-0,001	-0,034	0,37	0,43
	СПБ	1,68	0,61	2,0	-0,008	0,141	0,021	0,15	0,19
30°	СПА	-0,51	0,44	-5,9	0,034	-0,105	0,021	0,10	0,14
	СПБ	1,68	0,48	5,2	-0,056	-0,131	-0,047	0,11	0,13
40°	СПА	-0,45	0,33	2,5	0,045	0,075	-0,044	0,03	0,04
	СПБ	1,57	0,48	5,8	-0,044	-0,155	-0,065	0,06	0,08
-10°	СПА	1,89	0,59	4,0	-0,050	0,001	-0,011	0,19	0,23
-20°	СПА	1,84	0,39	4,4	-0,018	0,031	-0,024	0,08	0,10
-30°	СПА	1,76	0,32	4,0	-0,007	0,031	-0,024	0,07	0,09
-40°	СПА	1,74	0,22	2,4	-0,013	0,007	-0,003	0,04	0,05

Пример определения $2V$ методом «засечек». В качестве примера рассмотрим определение угла оптических осей в косом сечении двусосного минерала – авгита.

Исходные данные: коноскопический угол объектива $\alpha = 106^\circ$, средний показатель преломления авгита $n = 1.71$. Использован двусторонний способ совмещения изогир с метками. Отсчеты по лимбу столика приведены на рис. 5.

По формуле (2) определяем угловой радиус поля зрения ρ_k :

$$\sin \rho_k = \sin (106^\circ / 2) / 1,71 = 0,467; \rho_k = 28^\circ.$$

Рассчитываем среднее значение отсчетов по лимбу столика, при которых происходит совмещение изогир с метками M_1 , M_x и M_{-x} : $N_1 = (N'_1 + N''_1) / 2 = (114,5^\circ + 118,9^\circ) / 2 = 116,7^\circ$; $N_x = (N'_x + N''_x) / 2 = (126,3^\circ + 135,3^\circ) / 2 = 130,8^\circ$; $N_{-x} = (N'_{-x} + N''_{-x}) / 2 = (96,4^\circ + 85,8^\circ) / 2 = 91,1^\circ$.

По формулам (16) определяем углы совмещения изогир с метками:

$$\omega_1 = 116,7^\circ - 108,7^\circ = 8,0^\circ; \omega_x = 130,8 - 108,7 = 22,1^\circ; \omega_{-x} = 91,1^\circ - 108,7^\circ = -17,6^\circ.$$

По величине угла $\omega_1 = 8^\circ$ делаем заключение, что рассматриваемое сечение попадает в промежуток между диаграммами $\omega_1 = 5^\circ$ и $\omega_1 = 10^\circ$ и, следовательно, для расчета $2V$ потребуется интерполяция. Используя ω_x и ω_{-x} в качестве координат, наносим на указанные диаграммы точки A и B (рис. 4, б, в). По их положению ниже линии инверсии определяем, что заданное сечение относится к типу СПА. Применяя интерполяцию между изолиниями, находим предварительные значения угла оптических осей на каждой диаграмме: $2V_A = 67,5^\circ$ и $2V_B = 58^\circ$.

Фактический угловой радиус поля зрения $\rho_k = 28^\circ$ на 2° меньше, чем было принято при построении диаграмм ($\rho_k = 30^\circ$). Из таблицы 3 для каждой диаграммы берём значения коэффициентов уравнения регрессии (17) и рассчитываем поправку δ на несовпадение ρ_k и исправленное значение углов $2V_A$ и $2V_B$:

$$\delta_A = 4,9 - 0,009 \cdot 22,1 + 0,018 (-17,6) - 0,054 \cdot 67,5 = 0,7^\circ; \quad 2V_A = 67,5^\circ - 2 \cdot 0,7^\circ = 66^\circ;$$

$$\delta_B = 1,2 - 0,013 \cdot 22,1 - 0,042 (-17,6) - 0,02 \cdot 58 = 0,5^\circ; \quad 2V_B = 58^\circ - 2 \cdot 0,5^\circ = 57^\circ.$$

Интервал между соседними диаграммами $\omega_1 = 5^\circ$ и 10° , внутри которого находится заданное сечение с $\omega_1 = 8^\circ$, равен 5° , «расстояние» от этого сечения до ближайшей диаграммы $\omega_1 = 10^\circ$ равно 2° . Учитывая крайние значения $2V_A = 66^\circ$ и $2V_B = 57^\circ$ и используя обычный способ линейной интерполяции, находим окончательное значение угла оптических осей: $2V = 61^\circ$.

Расчёт на компьютере при тех же входных данных даёт близкий результат: $2V = 62^\circ$.

На компьютере рассчитаны также сферические координаты элементов ориентировки оптической индикатрисы кристалла (рис. 1):

оптических осей – $\rho_1 = 44,5^\circ$, $\lambda_1 = 54^\circ$, $\rho_2 = 67^\circ$, $\lambda_2 = 126^\circ$;

плоскости оптических осей – $\rho_p = 44^\circ$, $\lambda_p = 60^\circ$;

биссектрисы угла оптических осей – $\rho_B = 50^\circ$, $\lambda_B = 96^\circ$.

О погрешностях определения $2V$ методом «засечек». На вопрос о точности определения $2V$ в косых сечениях трудно дать однозначный ответ, поскольку на неё влияют многочисленные факторы и прежде всего чёткость наблюдаемой изогиры. При благоприятных условиях, когда одна из оптических осей находится в поле зрения или вне поля зрения, но вблизи его границы, и изогира имеет отчетливые контуры, возможно определение угла $2V$ с точностью до $\pm 3-5^\circ$.

На точность измерений также влияют погрешности определения показателя преломления кристалла, используемого для расчета углового радиуса поля зрения коноскопа. Как было показано в предыдущей статье, чтобы получить удовлетворительный результат, достаточно взять значение показателя преломления кристалла из справочника или, в крайнем случае, определить его группу по В. Н. Лодочникову (1974) и для расчета использовать средний показатель преломления минералов этой группы.

Заключение

Метод «засечек» расширил круг задач, решаемых коноскопическим методом, приблизив его к возможностям федоровского метода. Уступая последнему в точности, он имеет ряд преимуществ: простота и малые затраты времени на производство измерений, отсутствие необходимости в дополнительной принадлежности – универсальном столике, и может быть рекомендован для решения тех же задач – определения углов оптических осей, исследования двойников, в микроструктурном анализе с использованием двусосных и одноосных минералов. Кроме того, метод «засечек» может оказаться полезным для поиска ориентированных сечений при определении показателей преломления кристаллов в иммерсии.

Автор обращается к читателям с просьбой присылать свои замечания и предложения по совершенствованию метода.

Список литературы

- Елисеев Н. А.* Методы петрографических исследований. Л.: Изд-во ЛГУ, **1956**. 275 с.
- Компанейцев В. П.* Главная коноскопическая теорема // Известия АН Республики Казахстан. Сер. геол. **1992**. № 4. С. 18 – 27.
- Компанейцев В. П.* Уравнение изогир для одноосных и двуосных кристаллов // Кристаллография. **2006**. Т.51. № 4. С.680–685.
- Компанейцев В. П.* Диаграммы для определения в коноскопе угла оптических осей кристаллов в косых симметричных сечениях // ЗРМО. **2009**. № 4. С. 82-96.
- Лодочников В. Н.* Главнейшие породообразующие минералы. М.: Недра, **1974**. 248 с.
- Татарский В. Б.* Кристаллооптика и иммерсионный метод. М.: Недра, **1965**. 306 с.
- Becke F.* Die Skiodromen // Tscherm. miner. und petr. **1905**. Mitt. 24. P. 1-34.
- Kamb W. B.* Isogires in Interference Figures // Am. Mineralogist. **1958**. V.43. P. 1029-1067.
- Michel-Levi A. and Lacroix A.* Les Mineraux des Roches // Librairie Polytechnique. Baudry, Paris. **1888**. P. 94 - 95.
- Wright F. E.* The measurement of the optic axial angle of minerals in thin section // Am. J. Sci. **1907**. V. 174. P. 317-369.

Автор: (подпись) 6 июля 2009 г.